

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ,
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ, ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И ИННОВАЦИЙ
КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ**

МОО ВО Кыргызско-Российский Славянский университет
имени первого Президента Российской Федерации Б.Н. Ельцина



УТВЕРЖДАЮ

Директор
(должность)

Лоцев Г.В.
(ФИО)

3 сентября ____ 2026 г.

Основы теории пластичности и ползучести

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Высшая школа Природопользования, мехатроники и транспорта**

Учебный план Направление 15.03.03 - РФ, 650500 - КР Прикладная механика
Профиль "Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг"

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **8 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 288

в том числе:

аудиторные занятия 114

самостоятельная работа 141,9

Виды контроля в семестрах:

зачет 6

экзамен 7

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	6 (3.2)		7 (4.1)		Итого	
Неделя	16		18			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП	УП	РП
Лекции	22	22	34	34	56	56
Практические	24	24	34	34	58	58
Контактная работа в период теоретического обучения	0,1	0,1			0,1	0,1
Контактная работа в период экзаменационной сессии			0,3	0,3	0,3	0,3
В том числе инт.	2	2	2	2	4	4
В том числе в форме практ.подготовки	2		2		4	
Итого ауд.	46	46	68	68	114	114
Контактная работа	46,1	46,1	68,3	68,3	114,4	114,4
Сам. работа	61,9	61,9	80	80	141,9	141,9
Часы на контроль			31,7	31,7	31,7	31,7
Итого	108	108	180	180	288	288

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., Герман Константин Анатольевич



к.т.н, Джаманкулов Азамат Кенешбекович



Рецензент(ы):

к.ф.-м.н., Комарцов Никита Михайлович



д.т.н, Муслимов Аннас Поясович



Согласовано РОП:

к.ф.-м.н., Герман Константин Анатольевич



Рабочая программа дисциплины

Основы теории пластичности и ползучести

разработана в соответствии с ФГОС 3++:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 15.03.03 Прикладная механика (приказ Минобрнауки России от 09.08.2021 г. № 729)

составлена на основании учебного плана:

Направление 15.03.03 - РФ, 650500 - КР Прикладная механика
Профиль "Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг"
утвержденного учёным советом вуза от 26.06.2026 протокол № 11.

Рабочая программа одобрена на заседании **Вышей школы Природопользования, мехатроники и транспорта**

Протокол от 02.09.2026 г. № 1

Срок действия программы: 2026-2032 уч.г.

Руководитель подразделения: Алсеитов Мирлан Тилегенович



ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ
к рабочей программе дисциплины (модуля)

Основы теории пластичности и ползучести

№ п/п	Основание внесения изменения	Раздел/ пункт	Содержание изменения
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1	Цель исследования малых пластических деформаций и кратковременной или установившейся ползучести в конструктивных элементах сооружений и в деталях машин такая же, что и в теории упругости, - это определение полей напряжений и перемещений, что необходимо, в свою очередь, для определения несущей способности конструкций и для назначения коэффициентов запаса прочности.
-----	--

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП

Цикл (раздел) ООП:		Б1.В.1
2.1	Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
2.1.1	Б1.О.3.13. Уравнения математической физики	
2.1.2	Б1.О.2.06. Физика	
2.1.3	Б1.О.2.01. Введение в высшую математику	
2.1.4	Б1.В.1.01. Теория упругости	
2.1.5	Б1.О.3.10. Вариационное исчисление	
2.1.6	Б1.О.2.03. Линейная алгебра и аналитическая геометрия	
2.1.7	Б1.О.2.04. Дифференциальные уравнения	
2.1.8	Б1.О.2.05. Теория вероятностей и математическая статистика	
2.1.9	Б1.О.3.02. Теоретическая механика	
2.1.10	Б1.О.3.03. Сопротивление материалов	
2.1.11	Б1.О.3.05. Материаловедение	
2.1.12	Б1.В.1.ДВ.06.01. Специальные главы высшей математики	
2.1.13	Б1.О.3.01. Введение в профессиональную деятельность	
2.1.14	Б1.В.1.ДВ.07.01. Сопротивление материалов (продвинутый курс)	
2.1.15	Б1.О.2.02. Математический анализ	
2.2	Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
2.2.1	Б3.О.02. Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена	
2.2.2	Б3.О.03. Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы	
2.2.3	Б2.О.02(Пд). Преддипломная практика	

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

ПК-1: Способностью применять физико-математический аппарат, теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследования, методы математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности

Знать:

Уровень 1	☐ Физико-математический аппарат, теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности;
Уровень 2	
Уровень 3	

Уметь:

Уровень 1	☐ Применять физико-математический аппарат, теоретические, расчетные и экспериментальные методы исследований, методы математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности;
Уровень 2	
Уровень 3	

Владеть:

Уровень 1	☐ физико-математический аппаратом для проведения исследований; ☐ навыками использования математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности
Уровень 2	
Уровень 3	

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

3.1	Знать:
------------	---------------

3.1.1	взаимосвязь экспериментальной механики и теории пластичности; методы определения прочностных характеристик различных материалов; как моделировать неупругую деформацию; в чем проявляется деформационная анизотропия; в частности, что такое наклеп и разупрочнение; постановку задач теории пластичности и ползучести; классические и некоторые современные модели пластичности; применение теории к технологическим задачам
3.1.2	обработки металлов и сплавов.
3.2	Уметь:
3.2.1	оценивать свойства пластичных, хрупких и полухрупких материалов по соответствующим диаграммам
3.2.2	деформирования при различных напряженных состояниях; определять условия приспособляемости элементов конструкций к возникновению пластических деформаций; применять различные варианты теории пластичности и ползучести к решению конкретных задач.
3.3	Владеть:
3.3.1	быть готовым выполнять расчетно-экспериментальные работы и решать научно-технические задачи в области прикладной механики на основе достижений техники и технологий, классических и технических теорий и методов, физико-механических, математических и компьютерных моделей, обладающих высокой степенью адекватности
3.3.2	реальным процессам, машинам и конструкциям.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Пр. подг.	Примечание
	Раздел 1. Физические предпосылки и аппарат механики деформируемого твёрдого тела							
1.1	Пластическое деформирование и ползучесть конструкционных материалов. Упругое, пластическое и вязкое деформирование: обратимость деформаций и зависимость поведения материала от времени. Физические механизмы пластической деформации металлов: дислокационное скольжение и двойникование. Особенности деформирования монокристаллов и поликристаллических материалов. Влияние температуры, скорости деформации и предшествующего нагружения на механические свойства. Примеры проявления пластичности и ползучести в деталях машин, технологических процессах и нагретых элементах конструкций. /Лек/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
1.2	Анализ диаграмм упругого и пластического деформирования конструкционных материалов /Пр/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			

1.3	Тензор напряжений и характеристики напряжённого состояния. Напряжения на площадке и представление напряжённого состояния симметричным тензором. Главные напряжения и главные направления; определение экстремальных нормальных и касательных напряжений. Инварианты тензора напряжений и их независимость от выбора системы координат. Разложение тензора напряжений на сферическую часть и девиатор. Среднее напряжение, второй инвариант девиатора и эквивалентное напряжение Мизеса. /Лек/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
1.4	Определение главных напряжений и инвариантов тензора напряжений /Пр/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
1.5	Представление напряжённого состояния и анализ путей нагружения. Круги Мора для плоского и пространственного напряжённого состояния. Напряжённые состояния одноосного растяжения, чистого сдвига и всестороннего сжатия. Показатель трёхосности напряжённого состояния и его физический смысл. Параметр Лоде как характеристика вида девиаторного напряжённого состояния. Пропорциональное и непропорциональное нагружение; изменение главных направлений в процессе нагружения. /Лек/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
1.6	Построение кругов Мора и вычисление характеристик напряжённого состояния /Пр/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			

1.7	Деформации и постановка краевой задачи при малых перемещениях. Связь компонент тензора малых деформаций с производными перемещений. Различие тензорных и инженерных сдвиговых деформаций. Объёмная деформация, девиатор деформаций и эквивалентная пластическая деформация. Аддитивное разложение малых деформаций на упругую, пластическую и температурную составляющие. Уравнения равновесия, условия совместности и граничные условия; ограничения предположения о малых деформациях. /Лек/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
1.8	Определение тензора малых деформаций по заданному полю перемещений /Пр/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
1.9	Напряжённое и деформированное состояния. Систематизация признаков упругого, пластического и вязкого деформирования. Расчёт главных напряжений, инвариантов и деформаций для индивидуального варианта. Подготовка схем характерных напряжённых состояний. /Ср/	6	14	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
	Раздел 2. Экспериментальные данные и условия текучести							
2.1	Экспериментальное определение характеристик пластического деформирования. Испытания на растяжение, сжатие и кручение как источники данных для моделей пластичности. Условная и истинная диаграммы деформирования; пересчёт данных до образования шейки. Физический и условный пределы текучести, площадка текучести и участок упрочнения. Выделение пластической составляющей деформации из экспериментальной диаграммы. Испытания при сложном напряжённом состоянии и требования к данным для идентификации модели. /Лек/	6	2	ПК-1	Л1.1			

2.2	Анализ диаграмм упругого и пластического деформирования конструкционных материалов. Обработка результатов испытания на растяжение и построение диаграммы пластического упрочнения /Пр/	6	2	ПК-1	Л1.1	2		Работа в команде
2.3	Критерии текучести и геометрия поверхности текучести. Условие Треска — Сен-Венана и его запись через главные напряжения. Условие Губера — Мизеса и его связь со вторым инвариантом девиатора напряжений. Сопоставление критериев при растяжении, чистом сдвиге и двухосном нагружении. Поверхности текучести в пространстве главных напряжений; роль гидростатической составляющей. Границы применимости критериев Треска и Мизеса к металлам, полухрупким и чувствительным к давлению материалам. /Лек/	6	2	ПК-1	Л1.1			
2.4	Проверка наступления текучести по критериям Треска и Мизеса /Пр/	6	2	ПК-1	Л1.1			
2.5	Экспериментальные диаграммы и критерии текучести. Обработка заданной диаграммы растяжения. Построение зависимости напряжения от пластической деформации. Сравнение прогнозов Треска и Мизеса для нескольких напряжённых состояний. /Ср/	6	14	ПК-1	Л1.1			
	Раздел 3. Определяющие соотношения теории пластичности							

3.1	Модели упругопластического материала и условия пластического деформирования. Идеально упругопластическая, упрочняющаяся и жёсткопластическая модели. Функция текучести и внутренние переменные, описывающие историю деформирования. Условия упругого состояния, активного пластического нагружения и разгрузки. Пластическая работа, диссипация энергии и физические ограничения определяющих соотношений. Постулат Друкера и принцип максимума пластической диссипации для рассматриваемого класса материалов. /Лек/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
3.2	Деформационная теория пластичности и простое нагружение. Предпосылки деформационной теории и связь девиаторов напряжений и деформаций. Интенсивности напряжений и деформаций; использование единой диаграммы деформирования. Простое нагружение и содержание теоремы А. А. Ильюшина. Применение деформационной теории при монотонном пропорциональном нагружении. Ограничения теории при разгрузке, повторном нагружении и изменении направления нагружения. /Лек/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
3.3	Построение поверхностей текучести и анализ заданных траекторий нагружения /Пр/	6	4	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
3.4	Инкрементальная теория пластического течения. Определение приращений пластических деформаций через пластический потенциал. Ассоциированный закон течения и нормальность к поверхности текучести. Соотношения Прандтля — Рейсса для изотропного материала с условием Мизеса. Условие согласованности и определение пластического множителя. Изотропное и кинематическое упрочнение; линейное правило Прагера как модель смещения поверхности текучести. /Лек/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			

3.5	Расчёт деформаций при простом нагружении по деформационной теории пластичности /Пр/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
3.6	Деформационная теория и теория пластического течения. Составление сравнительной характеристики моделей. Решение задач на простое нагружение и приращения пластических деформаций. Анализ изменения поверхности текучести при различных законах упрочнения. /Ср/	6	18	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
	Раздел 4. Математическая теория скольжения							
4.1	Теория скольжения Батдорфа-Будянского. Переход от представлений о скольжении к макроскопическому описанию пластической деформации. Касательные напряжения на ориентированных площадках и условия активизации скольжения. Связь накопленного скольжения с предшествующей историей нагружения. Получение макроскопической деформации суммированием вкладов ориентированных систем скольжения. Возможности и ограничения теории при описании сложного нагружения. /Лек/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
4.2	Определение приращений пластических деформаций по ассоциированному закону течения. Расчёт изменения поверхности текучести при изотропном и линейном кинематическом упрочнении /Пр/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			

4.3	Теория скольжения в трактовке М.Я. Леонова. Определяющие соотношения при нагружении с поворотом и без поворота главных осей тензора напряжений. Основные представления теории скольжения в трактовке М. Я. Леонова. Условие пластичности и описание накопления неупругих деформаций в рассматриваемой теории. Особенности нагружения при неизменных главных направлениях тензора напряжений. Влияние поворота главных осей на развитие пластических деформаций. Сопоставление подхода скольжения, деформационной теории и теории течения по способу учёта истории нагружения. /Лек/	6	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
4.4	Определение касательных напряжений на ориентированных площадках и активных направлений скольжения. Сопоставление отклика материала при пропорциональном нагружении и повороте главных направлений /Пр/	6	4	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
4.5	Математические теории скольжения. Подготовка аналитического обзора теорий Батдорфа — Будянского и М. Я. Леонова. Сопоставление предпосылок, способов учёта истории нагружения и ограничений применения. /Ср/	6	10	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
4.6	Подготовка к зачёту. Повторение разделов 1–4, решение комплексной задачи по напряжённому состоянию и условию текучести, подготовка пояснений к выполненным практическим работам. /Ср/	6	5,9	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
4.7	Подготовка к зачету /КрТО/	6	0,1	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
	Раздел 5. Знакопеременное нагружение и приспособляемость							

5.1	Циклическое деформирование и принцип Мазинга. Диаграммы разгрузки и повторного нагружения; формирование петли пластического гистерезиса. Эффект Баушингера и изменение сопротивления обратному пластическому деформированию. Принцип Мазинга и построение ветвей циклической диаграммы. Циклическое упрочнение, разупрочнение и стабилизация диаграммы. Энергия, рассеиваемая за цикл, и её определение по площади петли гистерезиса. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
5.2	Построение петли гистерезиса по принципу Мазинга и определение энергии рассеяния /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
5.3	Модели упрочнения при повторном и непропорциональном нагружении. Изменение размера поверхности текучести при изотропном упрочнении. Смещение поверхности текучести при кинематическом упрочнении. Комбинированное упрочнение и данные, необходимые для определения его параметров. Описание площадки текучести и последующего упрочнения при повторном нагружении. Выбор модели для монотонного нагружения, симметричного цикла и нагружения со средним напряжением. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
5.4	Расчёт одноосного циклического деформирования при различных законах упрочнения /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			

5.5	Остаточные напряжения и приспособляемость конструкций. Возникновение остаточных напряжений после неоднородного пластического деформирования. Упругая приспособляемость, знакопеременная пластичность и прогрессирующее накопление деформаций. Роль самоуравновешенных остаточных напряжений при повторном нагружении. Содержание статического подхода к оценке приспособляемости без доказательства общей теоремы. Инженерные примеры приспособляемости и накопления деформаций в стержневых системах и оболочках. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
5.6	Определение остаточных напряжений и анализ приспособляемости простой стержневой системы /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
5.7	Циклическое деформирование и приспособляемость. Построение циклических диаграмм. Сравнение изотропного и кинематического упрочнения. Анализ остаточных напряжений и возможного накопления пластических деформаций. /Ср/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
	Раздел 6. Полухрупкие материалы и влияние давления							
6.1	Деформирование полухрупких материалов при сжатии. Особенности диаграмм сжатия горных пород и других полухрупких материалов. Допредельная и запредельная стадии деформирования; влияние жёсткости испытательной системы. Влияние бокового давления на прочность и характер разрушения. Экспериментальные исследования А. Н. Ставрогина и К. Моги как примеры изучения поведения горных пород. Различия между пластическим течением металла, накоплением микрповреждений и разупрочнением полухрупкого материала. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
6.2	Обработка диаграмм сжатия полухрупкого материала при различном боковом давлении /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			

6.3	Дилатансия и модели материалов, чувствительных к давлению. Изменение объёма при неупругом деформировании и физический смысл дилатансии. Гипотеза В. В. Новожилова о всестороннем разрыхлении как исторический подход к описанию неупругого изменения объёма. Критерий Мора — Кулона: сцепление, угол внутреннего трения и область применения. Критерий Друкера — Прагера как гладкая модель зависимости текучести от давления. Разделение условия текучести и пластического потенциала; необходимость неассоциированного закона течения. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
6.4	Сопоставление критериев Мора — Кулона и Друкера — Прагера по заданным параметрам материала /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1	2		мозговой штурм. работа в команде.
6.5	Деформирование полухрупких материалов. Анализ влияния бокового давления на диаграммы сжатия. Подготовка сравнительного описания критериев Мизеса, Мора — Кулона и Друкера — Прагера. /Ср/	7	8	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
	Раздел 7. Инженерные задачи упругопластического деформирования							
7.1	Растяжение стержней и перераспределение усилий. Одноосная билинейная модель с линейным упрочнением. Нагружение, упругая разгрузка и определение остаточного удлинения. Распределение усилий в простейшей статически неопределимой стержневой системе. Последовательное достижение предела текучести отдельными элементами. Остаточные усилия после снятия внешней нагрузки и проверка условий равновесия. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
7.2	Расчёт упругопластического растяжения стержня и остаточного удлинения /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			

7.3	Упругопластический изгиб балки. Предпосылки расчёта чистого изгиба балки из идеально упругопластического материала. Возникновение пластических зон и изменение размеров упругого ядра. Связь изгибающего момента и кривизны для прямоугольного сечения. Упругий и пластический моменты сопротивления; предельный изгибающий момент. Разгрузка, остаточная кривизна и остаточные напряжения при отсутствии обратного пластического течения. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
7.4	Расчёт упругого ядра и предельного момента при изгибе прямоугольного сечения /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
7.5	Упругопластическое кручение круглого вала. Напряжения и деформации при упругом кручении сплошного круглого вала. Начало текучести и распространение пластической зоны от поверхности к центру. Связь крутящего момента с радиусом упругого ядра. Предельный крутящий момент для идеально упругопластического материала. Остаточные касательные напряжения и остаточный угол закручивания после разгрузки. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
7.6	Расчёт упругопластического кручения сплошного круглого вала /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
7.7	Предельная несущая способность и пластические механизмы. Различие между началом текучести, распространением пластических зон и предельным состоянием конструкции. Пластический шарнир и предпосылки его применения в расчёте балок. Статически допустимые поля усилий и нижняя оценка предельной нагрузки. Кинематически допустимые механизмы и верхняя оценка предельной нагрузки. Определение предельной нагрузки простой балки методом виртуальных работ. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
7.8	Определение предельной нагрузки балки методом пластического механизма /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			

7.9	Инженерные задачи пластичности. Выполнение индивидуальных расчётов стержня, балки и круглого вала. Определение начала текучести, предельной нагрузки и остаточных деформаций. /Ср/	7	14	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
	Раздел 8. Вычислительные методы теории пластичности							
8.1	Численное интегрирование определяющих соотношений. Пошаговое задание истории деформаций и хранение внутренних переменных материала. Упругий прогноз напряжений и проверка условия текучести. Пластическая коррекция методом радиального возврата для модели Мизеса с изотропным упрочнением. Определение приращения эквивалентной пластической деформации и обновление напряжений. Контроль выполнения условия текучести и влияния размера шага нагружения. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
8.2	Реализация упругого прогноза и пластической коррекции для модели Мизеса /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
8.3	Конечно-элементный расчёт упругопластической конструкции и проверка решения. Ввод упругих свойств и зависимости напряжения текучести от пластической деформации. Отличие локального интегрирования модели материала от решения глобальных уравнений равновесия. Пошаговое нагружение и итерации Ньютона; назначение касательной матрицы жёсткости. Влияние сетки, граничных условий и шага нагрузки на расчёт пластических зон. Проверка модели на одноэлементном тесте и сопоставление расчёта балки или стержня с аналитическим решением. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
8.4	Проверка конечно-элементной упругопластической модели по аналитическому решению /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			

8.5	Численное моделирование упругопластического деформирования. Подготовка расчётного алгоритма или скрипта обновления напряжений. Выполнение проверочного расчёта и исследование чувствительности результата к шагу нагружения либо размеру сетки. /Ср/	7	12	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
	Раздел 9. Теория ползучести и расчёт длительного деформирования							
9.1	Экспериментальные закономерности ползучести и релаксации. Испытание на ползучесть при заданных температуре и напряжении. Первичная, установившаяся и ускоренная стадии ползучести. Влияние напряжения и температуры на скорость накопления деформации. Релаксация напряжений при фиксированной полной деформации. Различие задач прогнозирования деформации ползучести и длительной прочности материала. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
9.2	Обработка кривых ползучести и определение скорости установившегося деформирования /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
9.3	Линейная вязкоупругость и реологические модели. Упругий и вязкий элементы как составляющие реологических моделей. Модель Максвелла и описание релаксации напряжений. Модель Кельвина — Фойгта и описание запаздывающей деформации. Стандартное линейное тело и сочетание мгновенного и зависящего от времени отклика. Функции ползучести и релаксации; принцип суперпозиции Больцмана и границы линейного описания. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
9.4	Расчёт ползучести и релаксации по линейным реологическим моделям /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			

9.5	Нелинейные законы ползучести и влияние температуры. Степенной закон Нортон для установившейся ползучести. Закон Нортон — Бейли и представление первичной ползучести. Определение показателей степенной зависимости по экспериментальным данным. Температурная зависимость скорости ползучести и аррениусовское представление. Температурно-временная аналогия: назначение, предпосылки и ограничения переноса данных. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
9.6	Определение параметров степенного закона ползучести по экспериментальным данным /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
9.7	Технические теории ползучести при переменном напряжении. Теория старения и описание деформации через текущее напряжение и время. Теория течения и зависимость скорости ползучести от текущего напряжения. Теория упрочнения и использование накопленной деформации как переменной состояния. Предсказания технических теорий при ступенчатом изменении напряжения. Выбор теории по режиму нагружения и доступным экспериментальным данным. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
9.8	Сравнение технических теорий ползучести при ступенчатом изменении напряжения /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
9.9	Расчёт стержней на ползучесть и релаксацию. Разложение полной деформации стержня на упругую и ползучую составляющие. Накопление удлинения при постоянной силе в приближении малых деформаций. Дифференциальное уравнение релаксации при фиксированном удлинении. Перераспределение усилий в простейшей параллельной стержневой системе. Оценка допустимости деформаций по заданному ограничению за установленный срок эксплуатации. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
9.10	Расчёт ползучести и релаксации одноосно нагруженного стержня /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			

9.11	Численное моделирование ползучести и проверка расчётной модели. Пошаговое интегрирование закона ползучести явной и неявной схемами. Совместное обновление упругих деформаций, деформаций ползучести и напряжений. Выбор временного шага по условиям точности и устойчивости. Проверка алгоритма на задачах одноосной ползучести и релаксации с известным решением. Сопоставление расчёта с экспериментом и ограничения прогноза за пределами диапазона исходных данных. /Лек/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
9.12	Численное интегрирование закона ползучести и исследование влияния временного шага /Пр/	7	2	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
9.13	Модели и расчёты ползучести. Обработка данных ползучести, определение параметров модели, расчёт релаксации. Сравнение численного и аналитического решений. Подготовка графиков и объяснение выявленных расхождений. /Ср/	7	24	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
9.14	Подготовка к экзамену. Систематизация материала дисциплины, повторение определяющих соотношений и решение комплексных задач по пластичности и ползучести. /Ср/	7	20	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			
9.15	Консультации и прием экзамена /КрЭк/	7	0,3	ПК-1	Л1.1Л2.1Л3.1			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Контрольные вопросы и задания

5.1. Контрольные вопросы для текущего контроля

Раздел 1. Физические предпосылки и аппарат механики

1. Какие экспериментальные признаки позволяют различить упругое, пластическое и вязкое деформирование?
2. Как связаны физические механизмы пластичности с влиянием температуры и скорости деформации?
3. Как определить главные напряжения, среднее напряжение и девиатор по заданному тензору напряжений?
4. Чем тензорная сдвиговая деформация отличается от инженерной и как это учитывается в расчётах?

Раздел 2. Экспериментальные данные и условия текучести

5. Как получить зависимость напряжения от пластической деформации по результатам испытания на растяжение?
6. При каких условиях допустим пересчёт условной диаграммы растяжения в истинную?
7. Почему критерии Треска и Мизеса дают разные значения предела текучести при чистом сдвиге?
8. Почему критерий Мизеса не описывает влияние всестороннего давления на текучесть полухрупких материалов?

Раздел 3. Определяющие соотношения

9. Чем идеально упругопластическая модель отличается от модели с упрочнением?
10. Как определить, происходит ли упругое деформирование, пластическое нагружение или разгрузка?
11. Почему деформационная теория имеет ограничения при непропорциональном нагружении?
12. Как связаны поверхность текучести, пластический потенциал и направление приращения пластической деформации?

Раздел 4. Теории скольжения

13. Как напряжение на ориентированной площадке связано с активизацией скольжения?
14. Каким образом в математической теории скольжения формируется макроскопическая пластическая деформация?
15. Почему поворот главных направлений может влиять на отклик материала?

16. Какие экспериментальные данные позволяют сопоставить теорию скольжения с теорией пластического течения?

Раздел 5. Циклическое деформирование

17. В чём заключается эффект Баушингера и какие модели способны его описывать?

18. Как построить ветви циклической диаграммы с использованием принципа Мазинга?

19. Чем отличаются изотропное, кинематическое и комбинированное упрочнение?

20. Как различить упругую приспособляемость, знакопеременную пластичность и прогрессирующее накопление деформаций?

Раздел 6. Полухрупкие материалы

21. Как боковое давление влияет на прочность и характер деформирования полухрупкого материала?

22. Что такое дилатансия и как она проявляется на экспериментальных диаграммах?

23. Чем критерий Мора — Кулона отличается от критерия Друкера — Прагера?

24. Почему для материала, чувствительного к давлению, может потребоваться неассоциированный закон течения?

Раздел 7. Инженерные задачи пластичности

25. Почему начало текучести отдельной зоны не всегда означает исчерпание несущей способности конструкции?

26. Как изменяется упругое ядро прямоугольного сечения при увеличении изгибающего момента?

27. Как распространяется пластическая зона при кручении сплошного круглого вала?

28. В каких условиях допустим расчёт предельной нагрузки методом пластических шарниров?

Раздел 8. Вычислительные методы

29. Какие операции выполняются на этапах упругого прогноза и пластической коррекции?

30. Какие величины необходимо сохранять между шагами интегрирования модели с упрочнением?

31. Чем локальная сходимость модели материала отличается от глобальной сходимости уравнений равновесия?

32. Почему сходимость итерационного процесса сама по себе не подтверждает правильность расчётной модели?

Раздел 9. Ползучесть

33. Чем испытание на ползучесть отличается от испытания на релаксацию?

34. Какие особенности поведения описывают модели Максвелла и Кельвина — Фойгта?

35. Почему модели, совпадающие при постоянном напряжении, могут давать разные результаты при его изменении?

36. Как проверить влияние временного шага на точность численного расчёта ползучести?

5.2. Типовые задания для текущего контроля

Все числовые данные ниже являются учебными.

Задание 1. Анализ напряжённого состояния

Задан тензор напряжений, МПа:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} 160 & 40 & 0 \\ 40 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 40 \end{pmatrix}.$$

Определить главные напряжения, среднее напряжение, девиатор и эквивалентное напряжение Мизеса. Проверить наступление текучести по критериям Треска и Мизеса при пределе текучести в одноосном растяжении 200 МПа.

Задание 2. Обработка диаграммы растяжения

По выданной таблице «сила — удлинение», начальным размерам образца и модулю упругости:

- построить условную диаграмму;
- определить условный предел текучести по заданному допуску;
- выделить пластическую деформацию;
- подготовить таблицу упрочнения;
- указать участок, на котором применим пересчёт в истинные напряжения и деформации.

Задание 3. Проверка применимости модели

Для трёх режимов — монотонного растяжения, растяжения с разгрузкой и растяжения с последующим сжатием — выбрать подходящую модель пластичности. Обосновать выбор между деформационной теорией, теорией течения с изотропным упрочнением и теорией течения с кинематическим упрочнением.

Задание 4. Анализ циклической диаграммы

По заданной петле гистерезиса определить амплитуды напряжений и деформаций, диапазон пластической деформации и энергию рассеяния за цикл. Установить, имеются ли признаки эффекта Баушингера.

Задание 5. Проверка численного алгоритма пластичности

Для заданной последовательности приращений одноосной деформации выполнить упругий прогноз и пластическую коррекцию. После каждого шага проверить условие текучести, накопленную пластическую деформацию и правильность перехода к упругой разгрузке.

Задание 6. Определение параметров ползучести

При одной температуре получены скорости установившейся ползучести:

- при напряжении 100 МПа — $1 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$;
- при напряжении 150 МПа — $3 \cdot 375 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$.

Определить параметры $\dot{\epsilon}_0$ и n закона

$$\dot{\epsilon} = A \sigma^n.$$

Указать размерность коэффициента A и ограничения использования полученной зависимости.

5.3. Вопросы к зачёту в 6-м семестре

1. Физические механизмы пластического деформирования монокристаллов и поликристаллов.
2. Тензор напряжений, главные напряжения и инварианты.
3. Сферическая и девиаторная составляющие напряжённого состояния.
4. Круги Мора и характеристики вида напряжённого состояния.
5. Малые деформации, условия совместности и разложение деформаций на составляющие.
6. Экспериментальные диаграммы деформирования и определение характеристик упрочнения.
7. Критерий Треска — Сен-Венана.
8. Критерий Губера — Мизеса и сопоставление с критерием Треска.
9. Поверхность текучести, внутренние переменные, нагружение и разгрузка.
10. Постулат Друкера и принцип максимума пластической диссипации.
11. Деформационная теория пластичности и её область применимости.
12. Простое нагружение и теорема А. А. Ильюшина.
13. Ассоциированный закон пластического течения и условие согласованности.
14. Изотропное упрочнение и линейное кинематическое упрочнение Прагера.
15. Теория скольжения Батдорфа — Будянского.
16. Подход М. Я. Леонова и влияние поворота главных направлений при нагружении.

5.4. Вопросы к экзамену в 7-м семестре

1. Постановка краевой задачи упругопластического деформирования при малых деформациях.
2. Выбор критерия текучести и закона течения для заданного материала.
3. Деформационная теория и теория течения: предпосылки, различия и ограничения.
4. Пластическая работа и диссипация энергии.
5. Эффект Баушингера и принцип Мазинга.
6. Модели изотропного, кинематического и комбинированного упрочнения.
7. Остаточные напряжения после неоднородного пластического деформирования.
8. Приспособляемость и прогрессирующее накопление пластических деформаций.
9. Деформирование полухрупких материалов при различном боковом давлении.
10. Дилатансия и гипотеза всестороннего разрыхления.
11. Критерии Мора — Кулона и Друкера — Прагера; ассоциированное и неассоциированное течение.
12. Упругопластическое растяжение и разгрузка стержня.
13. Перераспределение и остаточные усилия в статически неопределимой стержневой системе.
14. Упругопластический изгиб прямоугольного сечения.
15. Упругопластическое кручение сплошного круглого вала.
16. Предельный анализ и метод пластического механизма.
17. Упругий прогноз и пластическая коррекция в модели Мизеса.
18. Проверка конечно-элементной модели упругопластического деформирования.
19. Стадии ползучести и влияние температуры и напряжения.
20. Линейная вязкоупругость: модели Максвелла, Кельвина — Фойгта и стандартного линейного тела.
21. Принцип суперпозиции Больцмана и ограничения линейного описания.
22. Законы Нортон и Нортон — Бейли; определение параметров по эксперименту.
23. Технические теории ползучести при постоянном и переменном напряжении.
24. Релаксация напряжений при фиксированной полной деформации.
25. Перераспределение усилий вследствие ползучести.
26. Явное и неявное интегрирование закона ползучести.
27. Проверка численного решения по аналитическим и экспериментальным данным.
28. Ограничения прогноза длительного деформирования при экстраполяции исходных данных.

5.5. Типовые расчётные задания для промежуточной аттестации

Задание 1. Условие текучести при сложном напряжённом состоянии — зачёт

Для заданного тензора напряжений определить главные напряжения и эквивалентные напряжения по Треска и Мизесу. При пропорциональном увеличении всех компонент найти множитель нагрузки, соответствующий началу текучести.

Задание 2. Приращения пластических деформаций — зачёт

Для изотропного материала с условием Мизеса и заданным законом упрочнения определить направление приращения пластической деформации. По условию согласованности найти пластический множитель для заданного приращения полной деформации.

Задание 3. Растяжение и разгрузка стержня — экзамен

Материал описывается одноосной моделью линейного изотропного упрочнения:

$$\begin{cases} \sigma_y = 250 + 1000 \varepsilon^p \text{ МПа}, \\ \varepsilon^p \leq 0,001 \text{ МПа}. \end{cases}$$

]

Стержень длиной 500 мм растягивают до полной деформации 0,01, затем полностью снимают нагрузку.

Определить максимальное напряжение, упругую и пластическую составляющие деформации, максимальное и остаточное удлинения.

Задание 4. Упругопластический изгиб — экзамен

Прямоугольное сечение балки имеет ширину 20 мм и высоту 40 мм. Материал идеально упругопластический, предел текучести — 250 МПа. Изгибающий момент — 1800 Н·м.

Определить момент начала текучести, предельный пластический момент, толщину упругого ядра и распределение нормальных напряжений. Построить эпюру остаточных напряжений после полной разгрузки, проверив отсутствие

обратного пластического течения.

Задание 5. Упругопластическое кручение — экзамен

Сплошной круглый вал радиусом 10 мм изготовлен из идеально упругопластического материала. Предел текучести при сдвиге — 150 МПа, модуль сдвига — 80 000 МПа. Крутящий момент — 280 Н·м.

Определить момент начала текучести, предельный крутящий момент, радиус упругого ядра и относительный угол закручивания. Построить распределение касательных напряжений.

Задание 6. Предельная нагрузка балки — экзамен

Шарнирно опёртая балка пролётом 2 м нагружена сосредоточенной силой в середине пролёта. Пластический момент сопротивления сечения — 8000 мм³, предел текучести материала — 250 МПа.

Определить предельную силу статическим способом и методом виртуальных работ. Обозначить положение пластического шарнира и механизм предельного деформирования.

Задание 7. Ползучесть при постоянном напряжении — экзамен

При постоянной температуре материал подчиняется закону

[

$$\dot{\varepsilon}_c = A \sigma^3,$$

quad

$$A = 10^{-12} \text{ МПа}^{-3} \text{ ч}^{-1}.$$

]

Стержень длиной 1 м находится под постоянным напряжением 100 МПа в течение 100 часов. Начальная деформация ползучести равна нулю.

Определить деформацию ползучести и соответствующее удлинение. Объяснить, какие дополнительные данные необходимы для оценки длительной прочности.

Задание 8. Релаксация и проверка численного решения — экзамен

Для материала из задания 7 принять $(E=200\,000)$ МПа. Начальное напряжение — 100 МПа. После нагружения полная деформация фиксируется; температура постоянна.

Составить уравнение релаксации

[

$$\dot{\sigma} = -EA \sigma^3.$$

]

Найти напряжение через 100 часов аналитически и численно. Повторить численный расчёт с уменьшенным временным шагом, оценить погрешность и объяснить влияние шага на результат.

5.2. Темы курсовых работ (проектов)

курсовая работа не предусмотрена

5.3. Фонд оценочных средств

Фонд оценочных средств

Основы теории пластичности и ползучести

Направление 15.03.03 Прикладная механика

Профиль «Вычислительная механика и компьютерный инжиниринг»

Бакалавриат • очная форма обучения • 6 и 7 семестры

Фонд предназначен для текущего контроля и промежуточной аттестации. Он включает проверяемые результаты обучения, задания, тесты с ключами, вопросы к зачёту и экзамену, варианты билетов и критерии оценивания.

1 Паспорт фонда

Параметр Содержание

Образовательная организация Кыргызско-Российский Славянский университет имени первого Президента Российской Федерации Б. Н. Ельцина

Направление по исходной программе 15.03.03 — РФ; 650500 — КР; Прикладная механика

Общая трудоёмкость 8 зачётных единиц; 288 академических часов

Лекции 56 часов: 22 часа в 6-м семестре; 34 часа в 7-м семестре

Практические занятия 58 часов: 24 часа в 6-м семестре; 34 часа в 7-м семестре

Самостоятельная работа 141,9 часа: 61,9 часа в 6-м семестре; 80 часов в 7-м семестре

Промежуточная аттестация 6-й семестр — зачёт; 7-й семестр — экзамен

Содержательная основа Девять разделов курса; 28 лекций и 29 практических занятий по разработанному тематическому плану

Предмет оценивания — обоснованный выбор модели материала, построение расчётной схемы, выполнение аналитического или численного расчёта и проверка достоверности результата.

Порядок проведения и шкалы, приведённые в этом фонде, являются предлагаемыми. Их применение устанавливается после согласования с локальным порядком аттестации образовательной организации.

2 Компетенция и проверяемые результаты

В исходной рабочей программе указана компетенция ПК-1: «Способностью применять физико-математический аппарат, теоретические, расчётные и экспериментальные методы исследования, методы математического и компьютерного моделирования в процессе профессиональной деятельности».

Обозначения Р1–Р6 ниже используются только внутри ФОС для связи заданий с результатами обучения; они не заменяют утверждённые индикаторы образовательной программы.

Код Проверяемый результат Свидетельство достижения

Р1 Анализирует напряжённое и деформированное состояния Вычисляет главные значения и инварианты;

выделяет объёмную и девиаторную составляющие

P2 Выбирает и обосновывает модель пластичности Устанавливает критерий текучести, закон течения, упрочнение и границы применимости

P3 Решает задачи упругопластического деформирования Определяет пластические зоны, предельную нагрузку и остаточные деформации

P4 Анализирует повторное нагружение и влияние давления Различает модели циклического поведения, приспособляемость и особенности полухрупких материалов

P5 Применяет модели ползучести и релаксации Определяет параметры модели, рассчитывает изменение деформаций и напряжений во времени

P6 Выполняет и проверяет вычислительный расчёт Документирует алгоритм, сопоставляет результат с эталоном, исследует шаг или сетку

Матрица оценивания по разделам

Обозначения средств: О — устные вопросы; Т — тест; З — расчётная задача; КР — контрольная работа; ИР — индивидуальная работа. Нумерация приведена в соответствующих разделах фонда.

Раздел и семестр Результаты Средства текущего контроля Аттестация

1 Механика сплошной среды; 6 P1 O1–O4; T1–T3; З1–З2; КР1 Зачёт

2 Эксперимент и текучесть; 6 P1, P2 O5–O8; T4–T6; З1; КР1 Зачёт

3 Определяющие соотношения; 6 P2 O9–O12; T7–T10; З3; КР1 Зачёт

4 Теории скольжения; 6 P2 O13–O16; T11–T12; ИР6 Зачёт

5 Циклы и приспособляемость; 7 P3, P4 O17–O20; T13–T15; ИР7 Экзамен

6 Полухрупкие материалы; 7 P2, P4 O21–O24; T16–T17; ИР7 Экзамен

7 Инженерные задачи; 7 P3 O25–O28; T18; З4–З7; КР2 Экзамен

8 Вычислительная пластичность; 7 P2, P6 O29–O32; T19–T20; З10; ИР7 Экзамен

9 Ползучесть; 7 P5, P6 O33–O36; T21–T24; З8–З10; КР2; ИР7 Экзамен

3 Организация и критерии текущего контроля

Текущий контроль проводится по мере изучения разделов. Преподаватель фиксирует результат каждого мероприятия и сообщает студенту замечания. Баллы разных средств не складываются автоматически в итоговую оценку за семестр.

Решение по зачёту и экзамену принимается по критериям раздела 8.

Средство Объём и время Оценивание

Устный опрос 2 вопроса; 5–10 минут До 5 баллов за каждый ответ; всего 10

Тест по семестру 12 вопросов; 20 минут 1 балл за правильный ответ; всего 12

КР1 и КР2 3 задачи; 90 минут До 10 баллов за задачу; всего 30

Практическая работа Расчёт и краткая защита До 10 баллов по критериям расчётной задачи

Индивидуальная работа Отчёт и защита до 10 минут До 20 баллов по пяти критериям

Устный ответ

За каждый вопрос: 5 баллов — точный ответ с обоснованием и примером; 4 — верный ответ с небольшими неточностями; 3 — основное содержание раскрыто, обоснование неполное; 2 — фрагментарный ответ с существенной ошибкой; 1 — отдельные верные положения без связи; 0 — ответа по существу нет. Положительный результат опроса — не менее 6 из 10 баллов.

Расчётная задача и практическая работа

Критерий Баллы

Расчётная схема, допущения и исходные данные 0–2

Выбор модели и определяющих соотношений 0–3

Преобразования, алгоритм и вычисления 0–3

Проверка размерности, результата и физический вывод 0–2

Максимум 10

В каждом критерии 0 означает отсутствие или принципиально неверное выполнение; максимальный балл — полное корректное выполнение. Промежуточные баллы назначаются за частично верное выполнение с указанием ошибки.

Арифметическая ошибка не обнуляет верный выбор модели и последующий согласованный ход решения.

Положительный результат практической работы — не менее 6 из 10. Положительный результат контрольной работы — не менее 18 из 30 и не менее 3 баллов за каждую задачу. Неверный выбор физической модели даёт 0 по соответствующему критерию, но не отменяет оценивание остальных частей.

Для теста: 11–12 — высокий уровень; 9–10 — хороший; 8 — достаточный; 0–7 — требуется повторное освоение. В каждом вопросе выбирается один ответ; несколько отмеченных ответов оцениваются в 0 баллов.

При повторном контроле используются другие исходные данные или равноценные вопросы того же раздела. Разрешены непрограммируемый калькулятор и выданный преподавателем лист формул без готовых решений. Для вычислительных работ разрешается согласованная расчётная среда; доступ к внешним готовым решениям во время контроля не предусматривается.

4 Вопросы для текущего контроля

O1. По каким признакам различают упругое, пластическое и вязкое деформирование?

O2. Как температура и скорость деформации влияют на пластическое поведение металлов?

O3. Как определить главные напряжения, среднее напряжение и девиатор по тензору напряжений?

O4. Чем тензорная сдвиговая деформация отличается от инженерной? Как записываются малые деформации через

перемещения?

О5. Как выделить пластическую деформацию из экспериментальной диаграммы растяжения?

О6. На каком участке допустим стандартный пересчёт условной диаграммы в истинную и почему он ограничен после образования шейки?

О7. Почему критерии Треска и Мизеса по-разному предсказывают начало текучести при чистом сдвиге?

О8. Почему критерий Мизеса не описывает зависимость текучести полухрупкого материала от всестороннего давления?

О9. Чем идеально упругопластическая модель отличается от упрочняющейся?

О10. Какие условия определяют упругое состояние, пластическое нагружение и разгрузку?

О11. Почему деформационная теория имеет ограничения при непропорциональном нагружении?

О12. Как связаны функция текучести, пластический потенциал и приращение пластической деформации?

О13. Как ориентировка площадки влияет на касательное напряжение и активизацию скольжения?

О14. Как в теории Батдорфа — Будянского макроскопическая деформация связана со скольжениями на ориентированных площадках?

О15. Почему поворот главных осей при нагружении требует учёта истории деформирования?

О16. По каким признакам сопоставляют теорию скольжения М. Я. Леонова, деформационную теорию и теорию течения?

О17. В чём состоит эффект Баушингера и какие модели описывают смещение поверхности текучести?

О18. Как строятся ветви циклической диаграммы по принципу Мазинга? Каковы ограничения такого построения?

О19. Чем отличаются изотропное, кинематическое и комбинированное упрочнение?

О20. Как различить упругую приспособляемость, знакопеременную пластичность и прогрессирующее накопление деформаций?

О21. Как боковое давление влияет на диаграмму сжатия и характер разрушения полухрупкого материала?

О22. Что такое дилатансия и чем она отличается от пластической несжимаемости металла?

О23. Чем критерии Мора — Кулона и Друкера — Прагера отличаются по форме поверхности текучести?

О24. Зачем разделяют условие текучести и пластический потенциал при описании чувствительного к давлению материала?

О25. Почему начало текучести не всегда означает исчерпание несущей способности конструкции?

О26. Как изменяется упругое ядро прямоугольного сечения при увеличении изгибающего момента?

О27. Как распространяется пластическая зона при кручении сплошного круглого вала?

О28. Какие предпосылки нужны для применения метода пластических шарниров?

О29. Какие операции выполняются на этапах упругого прогноза и пластической коррекции?

О30. Какие внутренние переменные нужно хранить при расчёте материала с упрочнением?

О31. Чем локальное интегрирование модели материала отличается от глобального решения равновесия?

О32. Почему сходимость итераций не подтверждает автоматически правильность модели и граничных условий?

О33. Чем различаются испытания на ползучесть и релаксацию?

О34. Какие особенности отклика описывают модели Максвелла и Кельвина — Фойгта?

О35. Почему технические теории ползучести могут совпадать при постоянном напряжении и различаться при его изменении?

О36. Как проверить точность численного интегрирования ползучести при изменении временного шага?

Ориентиры оценивания: определения должны сопровождаться физическим смыслом и условиями применимости. Для О13–О16 оцениваются предпосылки конкретной теории, способ суммирования вкладов скольжения и учёта истории; изложение общей кристаллографической схемы вместо содержания названной математической теории не считается полным ответом.

5 Тестовые задания

Т1–Т12 используются в 6-м семестре; Т13–Т24 — в 7-м. Один вопрос содержит один правильный ответ. Ключи находятся в разделе 10.

Т1. Какой признак определяет пластическую деформацию?

А Отсутствие диссипации

Б Обязательная линейность диаграммы

В Остаточная деформация после разгрузки

Г Полная обратимость

Т2. Чему равно среднее нормальное напряжение?

А Сумме касательных напряжений

Б Второму инварианту девиатора

В Наибольшему главному напряжению

Г Одной трети следа тензора напряжений

Т3. Как связаны инженерная деформация сдвига и тензорная компонента?

А Они равны

Б Связь зависит от модуля упругости

В Тензорная вдвое больше инженерной

Г Инженерная вдвое больше тензорной

Т4. Как выделяется пластическая деформация при одноосном нагружении с линейной упругой частью?

А Приравниванием к полной деформации

Б Делением полной деформации на напряжение

В Вычитанием упругой деформации из полной

Г Вычитанием ϵ из напряжения

Т5. Каково эквивалентное напряжение Мизеса при чистом сдвиге с касательным напряжением τ ?

А $\sqrt{3} \cdot |\tau|$

Б $2 \cdot |\tau|$

В τ

Г $3 \cdot |\tau|$

T6. Каково максимальное касательное напряжение через наибольшее и наименьшее главные напряжения?

А Их среднее арифметическое

Б Их сумма

В Половина их разности

Г Их разность

T7. Как направлено приращение пластической деформации при ассоциированном течении?

А Всегда вдоль первой координатной оси

Б Независимо от напряжений

В Вдоль касательной к поверхности текучести

Г По нормали к поверхности текучести в пространстве напряжений

T8. Что задаёт условие согласованности при активном пластическом нагружении?

А Отсутствие упрочнения

Б Постоянство полной деформации

В Сохранение состояния на текущей поверхности текучести

Г Обнуление всех напряжений

T9. Какой случай соответствует области применения деформационной теории пластичности?

А Произвольная циклическая история

Б Монотонное пропорциональное нагружение при принятых предположениях

В Обязательное изменение знака напряжения

Г Любая разгрузка с поворотом осей

T10. Что описывает линейное кинематическое упрочнение Прагера?

А Смещение поверхности текучести

Б Температурное расширение

В Только расширение поверхности текучести

Г Только изменение модуля упругости

T11. Что суммируется при переходе от скользящих к макроскопической пластической деформации?

А Вклады ориентированных систем или площадок скольжения

Б Только гидростатические давления

В Только температуры зёрен

Г Только объёмные упругие деформации

T12. Что характерно для пропорционального нагружения с постоянными отношениями всех компонент напряжений?

А Нулевая пластическая деформация

Б Обязательное изменение главных направлений

В Сохранение главных направлений при отсутствии вырождения

Г Обязательная разгрузка

T13. В чём проявляется эффект Баушингера?

А В снижении сопротивления обратному пластическому деформированию после предварительной пластической деформации

Б В исчезновении упругости

В Только в тепловом расширении

Г В обязательном росте плотности

T14. Что определяет площадь петли напряжение — деформация за замкнутый цикл?

А Полную массу образца

Б Рассеянную за цикл энергию на единицу объёма

В Модуль упругости

Г Предел текучести

T15. Что означает упругая приспособляемость?

А После переходного процесса последующие циклы протекают упруго

Б Отсутствие остаточных напряжений при любых условиях

В Любое накопление пластической деформации неограниченно

Г Разрушение в первом цикле

T16. Что такое дилатансия?

А Неупругое увеличение объёма при деформировании

Б Уменьшение длины без поперечных деформаций

В Изменение температуры

Г Упругая разгрузка без изменения объёма

T17. Какой критерий явно учитывает влияние среднего напряжения на текучесть?

А Друкера — Прагера

Б Мизеса

В Треска для металла

Г Закон Гука

T18. С чего начинается пластическая зона в сплошном круглом валу при кручении?

А Только с торцов независимо от расчётной схемы

Б Одновременно по всему сечению

В С оси вала

Г С наружной поверхности

T19. Что проверяется после упругого прогноза в алгоритме пластичности?

- А Только число узлов
 Б Только температура окружающей среды
 В Только масса конструкции
 Г Значение функции текучести для пробного напряжения
 Т20. Какой способ наиболее убедителен для первичной проверки модели материала?

- А Только отсутствие сообщений об ошибках
 Б Использование самой мелкой сетки без сравнения
 В Увеличение числа цветов на графике
 Г Одноэлементный тест с известным аналитическим откликом
 Т21. Какое условие задаётся в стандартном одноосном испытании на релаксацию?

- А Постоянное напряжение при свободной деформации
 Б Обязательное линейное возрастание силы
 В Постоянная полная деформация
 Г Нулевая начальная нагрузка
 Т22. Что описывает закон Нортон в рассматриваемой постановке?

- А Степенную зависимость скорости установившейся ползучести от напряжения
 Б Мгновенное разрушение
 В Только коэффициент Пуассона
 Г Только упругое удлинение
 Т23. Какая модель состоит из последовательно соединённых упругого и вязкого элементов?

- А Максвелла
 Б Идеально пластического шарнира
 В Кельвина — Фойгта
 Г Идеально жёсткого тела
 Т24. Как проверяют точность интегрирования по времени?

- А Только по количеству знаков после запятой
 Б Только по времени работы программы
 В По размеру файла
 Г Сопоставлением решений при уменьшении шага и с эталоном

6 Расчётные задания и контрольные работы

Базовые задания 31–310 содержат учебные числовые данные. Для контроля преподаватель использует задание целиком либо указанную часть. Обозначения: E — модуль Юнга; G — модуль сдвига; σ — текущее напряжение текучести; ϵ_p — пластическая деформация; ϵ_s — деформация ползучести. В расчётах используются согласованные единицы.

31 Напряжённое состояние и начало текучести

Тензор напряжений в декартовой системе задан компонентами, МПа: $\sigma_{11} = 160$; $\sigma_{22} = 100$; $\sigma_{33} = 40$; $\sigma_{12} = \sigma_{21} = 40$; остальные компоненты равны нулю. Предел текучести при одноосном растяжении — 200 МПа.

Определить главные напряжения, среднее напряжение и девиатор.

Рассчитать эквивалентные напряжения по Мизесу и Треска; установить наличие или отсутствие текучести.

Найти множители пропорционального увеличения всех компонент до начала текучести по каждому критерию.

32 Деформации по полю перемещений

В прямоугольной системе координат заданы перемещения: $u = ax + by$; $v = cx + dy$; $w = ez$. Координаты и перемещения измеряются в мм. Коэффициенты: $a = 0,001$; $b = 0,002$; $c = 0,004$; $d = -0,0005$; $e = 0,0002$.

Построить тензор малых деформаций и определить инженерную деформацию сдвига в плоскости xy .

Вычислить объёмную деформацию и выделить девиатор деформаций.

Объяснить допустимость использования линейных геометрических соотношений.

33 Ассоциированное течение при одноосном растяжении

Рассматривается изотропный материал с условием Мизеса. В момент активного пластического нагружения $\sigma_{11} = 250$ МПа; остальные компоненты напряжений равны нулю. Приращение эквивалентной пластической деформации равно 0,001.

По ассоциированному закону течения определить три нормальных приращения пластической деформации.

Проверить пластическую несжимаемость.

Объяснить различие между пластической и полной поперечной деформацией.

$$d\epsilon^p = \frac{3}{2} \frac{s}{\sigma_{eq}} d[\epsilon^p]_{eq}$$

В формуле s — девиатор напряжений; множитель перед девиатором применяется покомпонентно.

34 Одноосное нагружение с линейным упрочнением

Стержень длиной 500 мм имеет модуль $E = 200\,000$ МПа и исходный предел текучести 250 МПа. Модуль изотропного упрочнения $H = 1000$ МПа задан относительно пластической деформации. Полную деформацию увеличивают до 0,01, затем снимают нагрузку до нулевой силы. Деформации малые; разгрузка упругая.

Определить максимальные напряжение и удлинение.

Разделить полную деформацию на упругую и пластическую части.

Рассчитать остаточное удлинение и построить диаграмму нагружения и разгрузки.

$$\sigma_y = 250 + 1000\epsilon^p \text{ МПа; } \epsilon = \frac{\sigma}{E} + \epsilon^p$$

35 Уругопластический изгиб прямоугольного сечения

Балка находится в чистом изгибе. Ширина сечения $b = 20$ мм, высота $h = 40$ мм. Материал идеально уругопластический с пределом текучести 250 МПа. Изгибающий момент $M = 1800$ Н·м. Сечение симметрично, гипотеза плоских сечений сохраняется.

Определить момент начала текучести и предельный пластический момент.

Определить полувысоту с упругого ядра и построить эпюру напряжений.

Найти остаточные напряжения на крайних волокнах после полной разгрузки; проверить отсутствие обратной текучести.

36 Упругопластическое кручение круглого вала

Радиус сплошного круглого вала $R = 10$ мм. Материал идеально упругопластический с пределом текучести при сдвиге 150 МПа и модулем $G = 80\,000$ МПа. Крутящий момент $T = 280$ Н·м. Рассматривается равномерное кручение вдали от концов. Определить моменты начала текучести и предельного пластического состояния.

Определить радиус с упругого ядра и построить распределение касательных напряжений.

Вычислить относительный угол закручивания на единицу длины.

37 Предельная нагрузка балки

Шарнирно опёртая балка пролётом $L = 2$ м нагружена сосредоточенной силой в середине пролёта. Пластический момент сопротивления $W_p = 8000$ мм³; предел текучести материала — 250 МПа. Материал идеально упругопластический; потеря устойчивости, срез и хрупкое разрушение исключены из рассматриваемой модели.

Найти пластический момент и предельную силу статическим способом.

Построить механизм с пластическим шарниром в середине пролёта и применить принцип виртуальных работ.

Сопоставить результаты двух способов и указать ограничения расчёта.

38 Ползучесть при постоянном напряжении

При постоянной температуре материал подчиняется закону Нортон с показателем $n = 3$ и коэффициентом $A = 10^{-12}$ МПа⁻³·ч⁻¹. Напряжение 100 МПа поддерживается постоянным в течение 100 ч. Начальная деформация ползучести равна нулю; длина стержня — 1000 мм. Используется приближение малых деформаций.

Определить скорость и накопленную деформацию ползучести.

Найти удлинение от ползучести.

Объяснить, почему этих данных недостаточно для определения времени до разрушения.

$$[\dot{\epsilon}]^c = A\sigma^n$$

39 Релаксация напряжений

Для материала из 38 принять $E = 200\,000$ МПа. Начальное напряжение равно 100 МПа. После нагружения полная деформация фиксируется. Температура постоянна; другие неупругие механизмы не учитываются.

Вывести уравнение релаксации из условия постоянства полной деформации.

Получить аналитическую зависимость напряжения от времени.

Определить напряжение через 100 ч и проверить направление его изменения.

$$\dot{\sigma} = -EA\sigma^n$$

310 Проверка численного алгоритма

Выбрать одну постановку: А — одноосное нагружение стержня 34 с разгрузкой; Б — релаксация по 39. Выполнить расчёт в согласованной среде либо представить воспроизводимый псевдокод с таблицей ручной проверки.

Для А использовать упругий прогноз и пластическую коррекцию; для Б — явную схему Эйлера и шаги 10, 5 и 2,5 ч.

Сопоставить результат с аналитическим решением; привести таблицу ошибок и график.

Для А проверить остаток функции текучести и неотрицательность накопленной пластической деформации; для Б — монотонное снижение положительного напряжения.

Сделать вывод о достаточности шага и указать источник возможных ошибок.

Контрольные работы

КР1 — 6-й семестр, 90 минут, максимум 30 баллов: 31, 32, 33. Каждая задача оценивается по 10-балльной рубрике раздела 3. Проверяются Р1 и Р2.

КР2 — 7-й семестр, 90 минут, максимум 30 баллов. Вариант А: 34, 35 и 38; вариант Б: 36, 37 и 39. Каждый вариант содержит три задачи по 10 баллов. Проверяются Р3 и Р5. Вычислительные и циклические результаты дополнительно проверяются индивидуальной работой.

7 Индивидуальные работы и защита**ИР6 Анализ модели пластического деформирования**

6-й семестр. Выполняется одна тема по назначению преподавателя:

1. Сопоставление деформационной теории и теории течения на двух историях нагружения.

2. Сопоставление теорий скольжения Батдорфа — Будянского и М. Я. Леонова: предпосылки, история нагружения и ограничения.

3. Подготовка экспериментальной диаграммы для модели Мизеса с изотропным упрочнением.

Результат: краткий отчёт с исходными данными или ссылками на реальные источники, принятыми предпосылками, сравнением моделей и выводом о применимости. Для темы 2 обязательны ссылки на конкретные использованные издания и различие авторских положений и собственного анализа.

ИР7 Инженерный расчёт и проверка модели

7-й семестр. Выполняется одна тема, включающая расчёт и его проверку:

1. Циклическое деформирование одноосного образца: сравнение изотропного и кинематического упрочнения.

2. Влияние бокового давления на модель полухрупкого материала: сравнение критериев по выданным экспериментальным данным.

3. Упругопластическая балка или круглый вал: аналитический расчёт и конечно-элементная проверка.

4. Алгоритм упругого прогноза и пластической коррекции: проверка на одноосной истории с разгрузкой.

5. Ползучесть и релаксация: идентификация параметров и проверка численного интегрирования.

Исходные данные выдаёт преподаватель; при самостоятельном выборе данные согласовываются до расчёта. При отсутствии доступа к конечно-элементному комплексу принимается собственный расчётный алгоритм с аналитическим эталоном.

Оценка не зависит от выбора конкретной марки программного обеспечения.

Состав отчёта и защита

Отчёт содержит постановку задачи, данные и единицы измерения, модель и ограничения, ход расчёта, результаты в таблицах или графиках, проверку и выводы. Прилагаются расчётный файл или листинг и сведения об использованных источниках. На защите студент объясняет выбор модели, один ключевой расчётный шаг и проверку результата.

Критерий Баллы

Обоснование постановки, данных и допущений 0–4
 Корректность модели и расчётного метода 0–4
 Правильность и воспроизводимость расчёта или анализа 0–4
 Проверка результата и анализ ограничений 0–4
 Самостоятельное объяснение и ответы на защите 0–4

По каждому критерию: 4 — выполнен полностью; 3 — небольшие неточности; 2 — выполнен частично при сохранении основного смысла; 1 — фрагментарно и с существенными ошибками; 0 — отсутствует. Положительный результат — не менее 12 из 20 и не менее 2 баллов по корректности модели и проверке результата.

8 Промежуточная аттестация

Зачёт в шестом семестре

Билет содержит два теоретических вопроса и одну расчётную задачу по разделам 1–4. Подготовка — до 45 минут; защита — до 15 минут. Максимум — 100 баллов: по 25 за теоретический вопрос и 50 за задачу.

«Зачтено» — не менее 60 баллов суммарно, не менее 10 за каждый теоретический вопрос и не менее 25 за задачу. При невыполнении любого из условий — «не зачтено». Текущие результаты используются для выявления пробелов и организации повторной проверки; автоматическое выставление зачёта по ним этим ФОС не устанавливается.

Вопросы к зачёту

ЗЧ1. Физические механизмы пластического деформирования и влияние температуры и скорости.

ЗЧ2. Тензор напряжений, главные напряжения и инварианты.

ЗЧ3. Сферическая и девиаторная составляющие; эквивалентное напряжение Мизеса.

ЗЧ4. Круги Мора, трёхосность и характеристика вида напряжённого состояния.

ЗЧ5. Малые деформации, совместность и разложение полной деформации.

ЗЧ6. Экспериментальные диаграммы; выделение пластической деформации и характеристик упрочнения.

ЗЧ7. Критерий Треска — Сен-Венана и сопоставление с критерием Мизеса.

ЗЧ8. Поверхность текучести, нагружение, разгрузка и внутренние переменные.

ЗЧ9. Постулат Друкера и принцип максимума пластической диссипации.

ЗЧ10. Деформационная теория пластичности и её ограничения.

ЗЧ11. Простое нагружение и содержание теоремы А. А. Ильюшина.

ЗЧ12. Ассоциированный закон течения и условие согласованности.

ЗЧ13. Изотропное упрочнение и линейное кинематическое правило Прагера.

ЗЧ14. Математическая теория скольжения Батдорфа — Будянского.

ЗЧ15. Теория скольжения М. Я. Леонова и поворот главных направлений.

ЗЧ16. Постановка упругопластической краевой задачи при малых деформациях.

Экзамен в седьмом семестре

Экзамен охватывает дисциплину в целом с преимущественным вниманием к разделам 5–9. Билет содержит два теоретических вопроса и одну расчётную задачу. Подготовка — до 60 минут; защита — до 20 минут. Разрешённые средства те же, что для письменного текущего контроля. Запуск программного комплекса на экзамене не требуется.

Максимум — 100 баллов: по 25 за теоретический вопрос и 50 за задачу. «Отлично» — 85–100; «хорошо» — 70–84;

«удовлетворительно» — 60–69; «неудовлетворительно» — 0–59. Для любой положительной оценки дополнительно нужны не менее 10 баллов за каждый вопрос и не менее 25 за задачу. Если хотя бы один минимум не достигнут, выставляется «неудовлетворительно», даже при сумме 60 и более.

Вопросы к экзамену

Э1. Постановка упругопластической краевой задачи и выбор определяющих соотношений.

Э2. Критерии Треска и Мизеса; области применимости и влияние гидростатического напряжения.

Э3. Деформационная теория и теория течения: предпосылки, различия и ограничения.

Э4. Математические теории скольжения и учёт истории нагружения.

Э5. Эффект Баушингера, принцип Мазинга и энергия гистерезиса.

Э6. Изотропное, кинематическое и комбинированное упрочнение.

Э7. Остаточные напряжения и остаточные деформации.

Э8. Приспособляемость, знакопеременная пластичность и прогрессирующее накопление деформаций.

Э9. Полухрупкие материалы при сжатии и влияние бокового давления.

Э10. Дилатансия и гипотеза В. В. Новожилова о всестороннем разрыхлении.

Э11. Критерии Мора — Кулона и Друкера — Прагера; неассоциированное течение.

Э12. Упругопластическое растяжение стержня и разгрузка.

Э13. Перераспределение усилий в статически неопределимой стержневой системе.

Э14. Упругопластический изгиб и предельный момент прямоугольного сечения.

Э15. Упругопластическое кручение сплошного круглого вала.

Э16. Предельный анализ и метод пластических механизмов.

Э17. Упругий прогноз и радиальный возврат в модели Мизеса.

Э18. Конечно-элементный расчёт пластичности и проверка сходимости и достоверности.

Э19. Экспериментальные закономерности ползучести и релаксации.

Э20. Линейная вязкоупругость: модели Максвелла, Кельвина — Фойгта и стандартного линейного тела.

Э21. Принцип суперпозиции Больцмана и границы линейного описания.

Э22. Законы Нортон и Нортон — Бейли; определение параметров и влияние температуры.

Э23. Теории старения, течения и упрочнения при ползучести.

Э24. Релаксация напряжений при фиксированной полной деформации.

Э25. Ползучесть стержней и перераспределение усилий.

Э26. Явное и неявное интегрирование законов ползучести.

Э27. Проверка численного расчёта по аналитическим и экспериментальным данным.
 Э28. Ограничения экстраполяции и различие прогноза деформации и длительной прочности.
 Единые рубрики промежуточной аттестации
 Теоретический вопрос Максимум
 Точность определений и основных положений 8
 Связи, соотношения и логика объяснения 8
 Предпосылки и ограничения применимости 5
 Инженерный пример или ответ на уточнение 4
 Всего за вопрос 25

Расчётная задача Максимум
 Схема, исходные данные и допущения 10
 Выбор модели и уравнений 15
 Ход решения и вычисления 15
 Проверка и физическая интерпретация 10
 Всего за задачу 50

В каждой позиции начисляется от нуля до максимума пропорционально полноте и корректности выполнения. Полное отсутствие верной модели даёт 0 за выбор модели; верная постановка, незавершённое решение и арифметическая ошибка оцениваются раздельно. Ключи раздела 10 служат ориентиром проверки, а не требованием воспроизводить единственный способ решения.

9 Комплект билетов

Каждая строка представляет самостоятельный билет. Формулировки теоретических вопросов берутся из раздела 8, полные условия задач — из раздела 6. Задание 310 в экзаменационных билетах заменяется аналитическими 34–39; вычислительные результаты оцениваются по ИР7.

Билеты к зачёту

№ Вопрос 1 Вопрос 2 Задача

1 3Ч1 3Ч12 31
 2 3Ч2 3Ч10 33
 3 3Ч3 3Ч14 32
 4 3Ч4 3Ч13 31
 5 3Ч5 3Ч15 33
 6 3Ч6 3Ч11 32
 7 3Ч7 3Ч9 33
 8 3Ч8 3Ч16 31

Экзаменационные билеты

№ Вопрос 1 Вопрос 2 Задача

1 Э1 Э19 34
 2 Э2 Э20 35
 3 Э3 Э21 36
 4 Э4 Э22 37
 5 Э5 Э23 38
 6 Э6 Э24 39
 7 Э7 Э25 35
 8 Э8 Э26 36
 9 Э9 Э27 34
 10 Э10 Э28 37
 11 Э11 Э17 38
 12 Э12 Э18 39
 13 Э13 Э22 35
 14 Э14 Э23 36
 15 Э15 Э24 37
 16 Э16 Э26 38

Для расширения комплекта допускается составлять равноценные билеты из того же банка. Замена числовых данных требует пересчёта ключей до выдачи билета. При повторной аттестации сохраняются сложность и рубрика оценивания.

10 Ключи и ориентиры для преподавателя

Ключи к тестам

Тест Ответ Обоснование

T1 В Пластическое деформирование оставляет необратимую составляющую.
 T2 Г Среднее напряжение равно следу тензора, делённому на три.
 T3 Г Инженерная деформация сдвига равна удвоенной тензорной компоненте.
 T4 В При линейной упругости упругая часть равна напряжению, делённому на Е.
 T5 А Для чистого сдвига эквивалентное напряжение Мизеса равно $\sqrt{3} \cdot |\tau|$.
 T6 В Максимальное касательное напряжение равно половине разности крайних главных напряжений.
 T7 Г Нормальность следует из ассоциированного закона течения.

- T8 В Активное пластическое нагружение сохраняет равенство функции текучести нулю.
 T9 Б Пропорциональная монотонная история соответствует базовой области применения теории.
 T10 А Кинематическое упрочнение задаёт перенос поверхности текучести.
 T11 А Макроскопический отклик образуется суммированием ориентированных вкладов.
 T12 В Умножение исходного тензора на скаляр сохраняет его собственные направления.
 T13 А Предварительная пластическая деформация изменяет сопротивление обратному течению.
 T14 Б Площадь замкнутой петли — работа, рассеянная за цикл в единице объёма.
 T15 А После переходного процесса новые приращения пластической деформации отсутствуют.
 T16 А Дилатансия означает неупругое увеличение объёма.
 T17 А Критерий Друкера — Прагера включает зависимость от среднего напряжения.
 T18 Г При упругом кручении максимальные касательные напряжения находятся у поверхности.
 T19 Г Функция текучести определяет необходимость пластической коррекции.
 T20 Г Одноэлементный тест отделяет свойства модели материала от сложности геометрии.
 T21 В При релаксации фиксируется полная деформация.
 T22 А Закон Нортонa связывает скорость установившейся ползучести с напряжением.
 T23 А В модели Максвелла упругий и вязкий элементы соединены последовательно.
 T24 Г Сгущение временного шага и сравнение с эталоном позволяют оценить ошибку.

Ответы к расчётным заданиям

Для 31–39 принимается относительное расхождение до 1 % по ненулевым итоговым значениям, если оно объясняется округлением. Для нулевых величин проверяется аналитическое равенство либо назначенная до расчёта абсолютная численная точность. Для 310 оцениваются таблица ошибок и тенденция сходимости, а не совпадение последнего знака.

31 Напряжённое состояние

Главные напряжения: 180; 80; 40 МПа. Среднее напряжение: 100 МПа. В исходной системе девиатор имеет диагональ (60; 0; –60) МПа и внедиагональные компоненты $s_{12} = s_{21} = 40$ МПа. Эквивалентное напряжение Мизеса — 124,900 МПа; Треска — 140 МПа. Оба меньше 200 МПа; текучести нет. Множители нагрузки: 1,60128 по Мизесу и 1,42857 по Треска.

$$\sigma_M = [(3J_2)]^{1/2}; \quad \sigma_T = \sigma_1 - \sigma_3$$

32 Малые деформации

Нормальные компоненты: 0,001; –0,0005; 0,0002. Тензорная компонента $\epsilon_{12} = \epsilon_{21} = 0,003$; инженерная $\gamma_{12} = 0,006$. Объёмная деформация — 0,0007. Диагональные компоненты девиатора: 0,000766667; –0,000733333; –0,000033333; внедиагональные компоненты сохраняются. След девиатора равен нулю. Малые значения компонент согласуются с линейной геометрической постановкой.

33 Пластическое течение

При одноосном растяжении девиатор имеет диагональ $(2\sigma/3; -\sigma/3; -\sigma/3)$. Поэтому приращения пластических деформаций: 0,001; –0,0005; –0,0005. Их сумма равна нулю. Полная поперечная деформация дополнительно содержит упругую часть, которую без коэффициента Пуассона определить нельзя.

34 Растяжение и разгрузка

$$\epsilon^p = (E\epsilon - 250)/(E + H) = 0,00870647$$

Максимальное напряжение — 258,706 МПа; упругая деформация — 0,00129353. Максимальное удлинение — 5 мм; остаточное — 4,35323 мм. Разгрузка идёт с модулем E. Модуль H относится к пластической деформации и не равен наклону полной билинейной диаграммы.

35 Изгиб

$$M_y = (\sigma_y b h^2)/6 = 1333,333 \text{ Н}\cdot\text{м}; \quad M_p = (\sigma_y b h^2)/4 = 2000 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M = \sigma_y b (h^2/4 - c^2/3)$$

Полувысота упругого ядра $c = 10,95445$ мм; полная толщина ядра — 21,90890 мм. В ядре напряжение линейно изменяется от нуля до предела текучести; снаружи равно по модулю 250 МПа. Момент инерции — 106 666,667 мм⁴. При разгрузке из исходной эпюры вычитается упругая эпюра M_y/I . На крайнем растянутом волокне остаточное напряжение –87,5 МПа, на противоположном +87,5 МПа. На границе ядра модуль остаточного напряжения около 65,14 МПа; обратная текучесть не возникает.

36 Кручение

$$T_y = (\pi \tau_y R^3)/2 = 235,619 \text{ Н}\cdot\text{м}; \quad T_p = (2\pi \tau_y R^3)/3 = 314,159 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$T = T_p - (\pi \tau_y c^3)/6$$

Радиус упругого ядра $c = 7,57657$ мм. В ядре $\tau = \tau_y \cdot r/c$; в пластической зоне $\tau = \tau_y$. Относительный угол закручивания $\theta' = \tau_y/(G \cdot c) = 0,000247473$ рад/мм, или 0,247473 рад/м. В ответе обязательно указать единицу длины.

37 Предельная сила

Пластический момент — 2 000 000 Н·мм, или 2000 Н·м. Из максимального момента $P \cdot L/4$ следует предельная сила 4000 Н. При виртуальном перемещении середины δ угол поворота в пластическом шарнире равен $4\delta/L$; равенство внешней и внутренней работ даёт тот же результат. Нельзя добавлять пластические шарниры в существующих идеальных опорах как источники внутренней работы: момент там равен нулю.

38 Ползучесть

Скорость ползучести — 10^{-6} ч⁻¹. За 100 ч деформация ползучести равна 0,0001; удлинение — 0,1 мм. Это только ползучая составляющая. Для полного удлинения нужна упругая часть; для времени до разрушения — данные длительной прочности или проверенная модель повреждения.

39 Релаксация

$$0 = (\dot{\sigma})/E + A\sigma^3$$

$$\sigma(t) = \sigma_0 / [(1 + 2EA\sigma_0^2 t)]^{1/2}$$

Через 100 ч напряжение равно 84,51543 МПа. При начальном положительном напряжении оно положительно и монотонно уменьшается. Деформация ползучести к этому моменту равна $(100 - 84,51543)/200\,000 = 0,0000774229$; упругая

деформация уменьшается на ту же величину.

310 Численная проверка

Постановка А: пробное напряжение находится из упругого приращения. Если пробное состояние вне поверхности текучести, приращение накопленной пластической деформации равно превышению пробного эквивалентного напряжения над текущим пределом, делённому на $E + H$ в одноосной модели. Напряжение и внутренние переменные обновляются согласованно. При разгрузке пластическая переменная не должна уменьшаться.

$$\sigma_{(k+1)} = \sigma_k - \Delta t E A [\dot{\sigma}_k]^3$$

Постановка Б: применяется приведённая явная схема. Для шагов 10; 5 и 2,5 ч к моменту 100 ч получаются соответственно 84,20120; 84,36074 и 84,43867 МПа. Эталон — 84,51543 МПа. С уменьшением шага ошибка должна снижаться. Контроль проверяет также единицы времени и коэффициента А. Устойчивость схемы не подменяет проверку её точности.

5.4. Перечень видов оценочных средств

Устный опрос и собеседование — проверка понимания физических закономерностей, предпосылок моделей и смысла определяющих соотношений.

Тестовые задания — проверка основных понятий, характеристик напряжённого состояния и областей применимости моделей.

Расчётные задания практических занятий — оценивание выбора расчётной схемы, выполнения вычислений и интерпретации результата.

Письменные контрольные работы — комплексные задачи по критериям текучести, упругопластическим расчётам и ползучести.

Индивидуальная расчётная работа с защитой — аналитическое или численное решение инженерной задачи с обоснованием принятых допущений.

Отчёт по вычислительному заданию с защитой — оценивание алгоритма, исходных данных, проверки решения и анализа чувствительности результата.

Аналитический обзор или сравнительное задание — сопоставление моделей пластичности, теорий скольжения либо технических теорий ползучести.

Зачётные вопросы и расчётные задания — промежуточная аттестация в 6-м семестре.

Экзаменационные вопросы и комплексные расчётные задания — промежуточная аттестация в 7-м семестре.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л1.1	Колмогоров В.Л.	Пластичность и разрушение: учебное пособие	М.: "Металлургия" 1977

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л2.1	Работнов Ю.Н.	Механика деформируемого твердого тела: учебное пособие для вузов	М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1988

6.1.3. Методические разработки

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год
Л3.1	Пазылов Ш.Т., Оморов Н.А., Арзиматов А.К.	Деформационная анизотропия и сверхпластичность алюминиевых сплавов	

6.3. Перечень информационных и образовательных технологий

6.3.1 Компетентностно-ориентированные образовательные технологии

6.3.1.1	Python с библиотеками NumPy, SciPy и Matplotlib — обработка экспериментальных данных, определение параметров моделей, численное решение задач пластичности и ползучести, построение графиков. scipy.org
6.3.1.2	GNU Octave — матричные вычисления, решение систем уравнений и реализация учебных расчётных алгоритмов. octave.org
6.3.1.3	ANSYS Mechanical — конечно-элементное моделирование упругопластического деформирования, ползучести и релаксации напряжений. ansyshelp.ansys.com
6.3.1.4	Abaqus/CAE и Abaqus/Standard — подготовка и выполнение нелинейных расчётов с моделями пластичности, упрочнения и ползучести.

6.3.2 Перечень информационных справочных систем и программного обеспечения

6.3.2.1	Math-Net.Ru — научный информационный портал для поиска публикаций по математике, механике и смежным дисциплинам, включая математические модели деформирования материалов. mathnet.ru
6.3.2.2	SpringerMaterials — база данных по свойствам материалов; используется для поиска справочных характеристик, таблиц и диаграмм, необходимых при выборе и обосновании модели материала. properties of materials

6.3.2.3	NIST Materials Data Repository — репозиторий исследовательских данных по материалам, пригодный для поиска исходных наборов данных и сопоставления результатов моделирования с опубликованными исследованиями. NIST
6.3.2.4	«Техэксперт» — электронный фонд нормативно-технической информации — поиск стандартов и справочных документов по материалам, механическим испытаниям и методам определения их характеристик. cntd.ru
6.3.2.5	Справочная система Abaqus Documentation — описание моделей пластичности, упрочнения и ползучести, алгоритмов расчёта и проверочных примеров.

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

«Основы теории пластичности и ползучести»

1. Общие рекомендации

Освоение дисциплины требует последовательного изучения теоретического материала, решения расчётных задач и выполнения самостоятельной работы. Особое внимание следует уделять физическому смыслу определяющих соотношений, предпосылкам используемых моделей и проверке полученных результатов.

Перед изучением курса рекомендуется повторить основные положения теории упругости, сопротивления материалов и механики сплошной среды: напряжения и деформации, обобщённый закон Гука, уравнения равновесия, геометрические соотношения и граничные условия. Для выполнения расчётов необходимы навыки работы с матрицами, производными, интегралами и обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Материал изучается в следующей последовательности:

- характеристики напряжённого и деформированного состояний;
- экспериментальные диаграммы и критерии текучести;
- определяющие соотношения и теории скольжения;
- циклическое деформирование и приспособляемость;
- особенности полухрупких материалов;
- инженерные задачи пластичности;
- вычислительные методы;
- ползучесть и релаксация напряжений.

Переходить к расчётам рекомендуется после уяснения физических предпосылок соответствующей модели.

2. Работа на лекциях

При подготовке к лекции необходимо ознакомиться с её темой, повторить основные понятия предыдущего занятия и подготовить вопросы по непонятным положениям.

В конспекте следует отражать:

- определения, обозначения и единицы измерения;
- физические предпосылки рассматриваемой теории;
- основные уравнения и последовательность их получения;
- условия применимости соотношений;
- характерные диаграммы и расчётные схемы;
- выводы о поведении материала или конструкции.

При записи формул необходимо различать тензорные и инженерные компоненты сдвиговых деформаций, полные и пластические деформации, напряжение текучести и эквивалентное напряжение.

После лекции рекомендуется восстановить пропущенные этапы вывода, дополнить конспект по рекомендованной литературе и самостоятельно объяснить основные положения темы. Полезно проверять понимание на простых примерах одноосного растяжения, чистого сдвига и всестороннего сжатия.

3. Подготовка к практическим занятиям

Перед практическим занятием следует изучить соответствующий лекционный материал, выписать необходимые соотношения и уточнить смысл входящих в них величин.

Решение расчётной задачи рекомендуется выполнять в следующем порядке:

1. Записать исходные данные и привести их к согласованной системе единиц.
2. Построить расчётную схему, обозначить нагрузки, размеры и граничные условия.
3. Указать принятые допущения и выбрать модель материала.
4. Записать уравнения равновесия, геометрические и определяющие соотношения.
5. Выполнить аналитические преобразования и вычисления.
6. Проверить размерность, знаки и физическую правдоподобность результата.
7. Сформулировать вывод по поставленному вопросу.

В задачах пластичности необходимо отдельно устанавливать начало текучести, развитие пластических зон и достижение предельной несущей способности. Эти состояния могут соответствовать различным уровням нагрузки.

При расчёте разгрузки следует проверять возможность обратного пластического течения. Упругий характер разгрузки должен быть обоснован принятой моделью и достигнутым состоянием материала.

4. Рекомендации по изучению основных разделов

Напряжённое и деформированное состояния.

Необходимо освоить определение главных значений и инвариантов, выделение сферической и девиаторной составляющих.

Расчёты следует сопровождать проверкой следа девиатора и сопоставлением с известными частными случаями.

Критерии текучести и экспериментальные диаграммы.

Следует научиться выделять пластическую составляющую деформации и подготавливать данные упрочнения. При сравнении критериев Треска и Мизеса необходимо понимать причины различий их прогнозов. Пересчёт условной диаграммы в истинную следует выполнять только с учётом ограничений используемых соотношений.

Определяющие соотношения и теории скольжения.

При изучении каждой теории необходимо установить её исходные предпосылки, способ учёта истории нагружения и область применения. Деформационную теорию и теорию течения целесообразно сравнивать на одинаковых историях нагружения. Теории Батдорфа — Будянского и М. Я. Леонова следует изучать по рекомендованным источникам, разграничивая положения конкретной теории и общие представления о скольжении.

Циклическое деформирование.

Особое внимание следует уделять эффекту Баушингера, петлям гистерезиса и различиям законов упрочнения. При анализе повторного нагружения необходимо различать стабилизацию отклика, знакопеременную пластичность и прогрессирующее накопление деформаций.

Полухрупкие материалы.

Следует учитывать влияние бокового давления и изменения объёма при неупругом деформировании. Модели пластичности металлов нельзя переносить на такие материалы без проверки их применимости.

Инженерные задачи пластичности.

При расчёте стержней, балок и валов рекомендуется строить эпюры напряжений на последовательных стадиях нагружения.

Полученные предельные нагрузки необходимо связывать с конкретным механизмом деформирования и принятыми ограничениями расчёта.

Ползучесть и релаксация.

Необходимо различать условия постоянного напряжения и постоянной полной деформации. При выборе закона ползучести следует учитывать температуру, диапазон напряжений, продолжительность нагружения и доступные экспериментальные данные. Прогноз деформации ползучести сам по себе не определяет время до разрушения.

5. Выполнение вычислительных заданий

Перед использованием программной среды необходимо сформулировать математическую постановку задачи и определить способ проверки решения.

В расчётном файле следует явно задавать исходные данные, единицы измерения, параметры материала, последовательность нагружения и критерии завершения вычислений.

При моделировании пластичности необходимо контролировать:

- проверку условия текучести после упругого прогноза;
- обновление напряжений и внутренних переменных;
- неотрицательность накопленной эквивалентной пластической деформации;
- корректное описание разгрузки;
- выполнение условий равновесия и заданных ограничений.

В расчётах ползучести необходимо согласовывать единицы времени с размерностью коэффициентов модели и исследовать влияние временного шага.

Проверку рекомендуется начинать с простой задачи, имеющей аналитическое решение. Для конечно-элементной модели дополнительно оценивается влияние сетки и граничных условий. Отсутствие сообщений об ошибках и сходимость итераций не заменяют проверки физического содержания результата.

6. Организация самостоятельной работы

Самостоятельная работа составляет 61,9 часа в 6-м семестре и 80 часов в 7-м семестре. Её следует распределять в течение семестра с учётом последовательности изучения тем и сроков контроля.

Рекомендуется регулярно:

- дорабатывать конспекты и составлять краткие схемы изученных моделей;
- решать индивидуальные задачи;
- повторно выполнять расчёты, в которых допущены ошибки;
- готовиться к защите практических работ;
- сопоставлять аналитические и численные результаты;
- отвечать на контрольные вопросы без обращения к конспекту.

Для сравнения моделей удобно составлять таблицы с одинаковыми позициями: предпосылки, исходные данные, определяющие соотношения, учёт истории нагружения и ограничения применения.

Возникающие затруднения следует формулировать конкретно: указать непонятное соотношение, этап решения или причину расхождения результатов.

7. Оформление и защита работ

Расчётная работа должна содержать условие задачи, исходные данные, схему, допущения, последовательность решения, результаты проверки и выводы.

На графиках необходимо указывать названия осей, обозначения величин и единицы измерения. При сравнении нескольких моделей следует использовать общие масштабы и понятные обозначения кривых.

К вычислительному отчёту прилагается расчётный файл или листинг, позволяющий воспроизвести результат.

Использованные источники данных, формул и программных фрагментов должны быть указаны.

На защите обучающийся должен объяснить выбор модели, раскрыть смысл основных соотношений, прокомментировать ключевые этапы расчёта и обосновать достоверность вывода.

8. Подготовка к текущему контролю, зачёту и экзамену

При подготовке следует использовать вопросы и задания фонда оценочных средств, выполненные практические работы и замечания преподавателя.

К зачёту в 6-м семестре необходимо повторить характеристики напряжённого и деформированного состояний, критерии текучести, определяющие соотношения и математические теории скольжения.

К экзамену в 7-м семестре необходимо систематизировать материал всей дисциплины, уделяя особое внимание

циклическому поведению, инженерным расчётам, вычислительным методам, ползучести и релаксации.

Теоретический ответ рекомендуется строить последовательно: определение явления, физическая модель, основные соотношения, предпосылки, ограничения и инженерный пример.

При решении аттестационной задачи необходимо показывать ход рассуждений. Оценивание учитывает правильность постановки, выбор модели, выполнение расчёта и проверку результата.

9. Работа с учебной литературой и консультации

Основу подготовки составляют конспекты лекций, рекомендованная преподавателем литература и материалы дисциплины.

Документацию расчётных комплексов следует использовать для уточнения смысла параметров, формата исходных данных и особенностей реализации моделей.

При обращении к разным источникам необходимо проверять принятые обозначения, знаки напряжений и определения эквивалентных величин.

На консультацию рекомендуется приносить собственную попытку решения, расчётную схему и конкретный вопрос. После получения пояснений следует самостоятельно исправить работу и проверить, как внесённые изменения повлияли на результат.